

Ausgewählte Abituraufgaben 2013 - 2018 von Baden-Württemberg

Stochastik - Wahlteil

allgemeinbildende Gymnasien – Leistungsfach

**Die Aufgaben wurden teilweise geändert, so dass diese mit
Hilfe eines WTR bearbeitet werden können.**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

April 2021

Aufgabe 1: (abgewandelte Abituraufgabe 2013)

Teil 1:

Bei einer Lotterie sind 10% der Lose Gewinnlose.

Jemand kauft drei Lose.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind darunter mindestens zwei Gewinnlose?

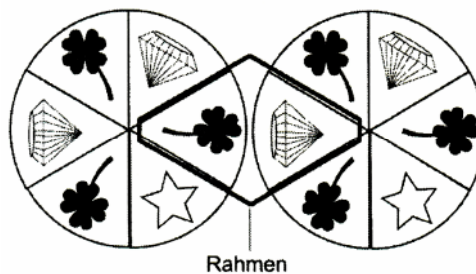
Wie viele Lose hätte man mindestens kaufen müssen, damit die Wahrscheinlichkeit für mindestens zwei Gewinnlose über 50% liegt?

Teil 2:

Auf zwei Glücksrädern befinden sich jeweils sechs gleich große Felder.

Bei jedem Spiel werden die Räder einmal in Drehung versetzt.

Sie laufen dann unabhängig voneinander aus und bleiben so stehen, dass von jedem Rad genau ein Feld im Rahmen sichtbar ist.



a) Zunächst werden die Räder als ideal angenommen.

Bei einem Einsatz von 0,20 € sind folgende Auszahlungen vorgesehen:

Stern – Stern 2,00 €

Diamant – Diamant 0,85 €

Kleeblatt – Kleeblatt 0,20 €

In allen anderen Fällen wird nichts ausbezahlt.

Weise nach, dass das Spiel fair ist.

Nun möchte der Veranstalter auf lange Sicht pro Spiel 5 Cent Gewinn erzielen.

Dazu soll nur der Auszahlungsbetrag für „Diamant – Diamant“ geändert werden.

Berechne diesen neuen Auszahlungsbetrag.

b) Es besteht der Verdacht, dass die Wahrscheinlichkeit p für „Stern – Stern“

geringer als $\frac{1}{36}$ ist. Daher soll ein Test mit 500 Spielen durchgeführt werden.

Formuliere die Entscheidungsregel für die Nullhypothese $H_0 : p \geq \frac{1}{36}$, wenn die

Irrtumswahrscheinlichkeit höchstens 5% betragen soll.

Aufgabe 2: (abgewandelte Abituraufgabe 2014)**Teil 1:**

In einem Gefäß G1 sind 6 schwarze und 4 weiße Kugeln.

In einem Gefäß G2 sind 3 schwarze und 7 weiße Kugeln.

- a) Aus Gefäß G1 wird 20mal eine Kugel mit Zurücklegen gezogen.
Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 12mal eine schwarze Kugel gezogen wird.
Aus Gefäß G2 wird 8mal eine Kugel mit Zurücklegen gezogen.
Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass genau 2 schwarze Kugeln gezogen werden, und zwar bei direkt aufeinander folgenden Zügen.
- b) Nun werden aus G1 zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen und in das Gefäß G2 gelegt. Anschließend wird eine Kugel aus G2 gezogen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese Kugel schwarz?

Teil 2:

Bei der Produktion von Bleistiften beträgt der Anteil fehlerhafter Stifte erfahrungsgemäß 5%.

- a) Ein Qualitätsprüfer entnimmt der Produktion zufällig 800 Bleistifte.
Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der fehlerhaften Stifte in dieser Stichprobe. Berechne $P(X \leq 30)$.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit weicht der Wert von X um weniger als 10 vom Erwartungswert von X ab?
- b) Der Betrieb erwirbt eine neue Maschine, von der behauptet wird, dass höchstens 2% der von ihr produzierten Bleistifte fehlerhaft sind. Diese Hypothese H_0 soll mithilfe eines Tests an 800 zufällig ausgewählten Stiften überprüft werden.
Bei welchen Anzahlen fehlerhafter Stifte entscheidet man sich gegen die Hypothese, wenn die Irrtumswahrscheinlichkeit maximal 5% betragen soll?

Aufgabe 3: (abgewandelte Abituraufgabe 2015)**Teil 1:**

Ein Großhändler gibt an, dass sein Weizensaatgut eine Keimfähigkeit von mindestens 80% hat. Mehrere Kunden vermuten, dass die Keimfähigkeit in Wirklichkeit kleiner ist.

Deswegen wird die Aussage des Großhändlers mit Hilfe eines Tests auf einem Signifikanzniveau von 10% überprüft, indem 500 Weizenkörner untersucht werden. Als Nullhypothese wird die Angabe des Großhändlers verwendet. Formuliere die zugehörige Entscheidungsregel in Worten.

Die tatsächliche Keimfähigkeit des Saatguts beträgt 82%.

Wie groß ist in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei obigem Test die Nullhypothese fälschlicherweise verworfen wird?

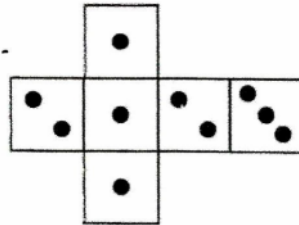
Teil 2:

Bei einem Biathlonwettbewerb läuft ein Athlet eine 2,5 km lange Runde, dann schießt er liegend fünf Mal; anschließend läuft er eine zweite Runde und schießt stehend fünf Mal; nach einer dritten Runde erreicht er das Ziel. Für jeden Fehlschuss muss er direkt nach dem Schießen eine 200 m lange Strafrunde laufen. Aufgrund der bisherigen Schießleistungen geht der Trainer davon aus, dass der Athlet stehend mit 88% und liegend mit 93% Wahrscheinlichkeit trifft. Es wird vereinfachend davon ausgegangen, dass die Ergebnisse der einzelnen Schüsse voneinander unabhängig sind.

- a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass der Athlet stehend bei fünf Schüssen genau vier Mal trifft.
- b) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Athlet im gesamten Wettbewerb höchstens einmal eine Strafrunde laufen muss.
- c) Der Athlet möchte seine Leistungen im Stehendschießen verbessern und künftig mit über 95% Wahrscheinlichkeit bei fünf Schüssen mindestens vier Mal treffen. Welche Trefferwahrscheinlichkeit muss er dafür mindestens erreichen?

Aufgabe 4: (abgewandelte Abituraufgabe 2016)**Teil 1:**

Bei einem Spiel wird ein idealer Würfel verwendet, dessen Netz in der Abbildung dargestellt ist:



- a) Der Würfel wird zweimal geworfen.
Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Augensumme der beiden Würfe 3 beträgt.
Nun wird der Würfel 12-mal geworfen.
Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er mindestens 4-mal die Augenzahl 2 zeigt.
Die Beschriftung des Würfels soll so geändert werden, dass man bei 12-maligem Werfen des Würfels mit mindestens 99% Wahrscheinlichkeit mindestens 4-mal die Augenzahl 3 erhält.
Auf wie vielen Seiten des Würfels muss dann die Augenzahl 3 mindestens stehen?
- b) Ein Spieler hat die Vermutung, dass der ursprüngliche Würfel zu oft die Augenzahl 3 zeigt. Die Nullhypothese
- $$H_0: \text{"Die Wahrscheinlichkeit für die Augenzahl 3 beträgt höchstens } \frac{1}{6}."$$
- soll durch eine Stichprobe mit 100 Würfeln auf einem Signifikanzniveau von 1% getestet werden.
Formuliere die zugehörige Entscheidungsregel in Worten.

Teil 2:

Eine Tanzgruppe besteht aus 8 Anfängerpaaren und 4 Fortgeschrittenenpaaren. Aus der Erfahrung vergangener Jahre weiß man, dass Anfängerpaare mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% bei den abendlichen Tanzstunden anwesend sind, Fortgeschrittenenpaare mit einer Wahrscheinlichkeit von 75%. Man geht davon aus, dass die Entscheidungen der Tanzpaare über die Teilnahme an der Tanzstunde voneinander unabhängig sind.
Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an einem Abend mindestens 6 Anfängerpaare und höchstens 3 Fortgeschrittenenpaare anwesend sind.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an einem Abend mindestens 11 Paare anwesend sind?

Aufgabe 5: (abgewandelte Abituraufgabe 2017)

Die Tabelle zeigt die prozentualen Anteile einiger Farben der in Deutschland fahrenden Autos:

Farbe	silber oder grau	schwarz	weiß
Anteil	29,9%	28,8%	15,1%

Diese Anteile werden im Folgenden als Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der jeweiligen Autofarben verwendet.

Zwei Kinder beobachten vorbeifahrende Autos und achten auf deren Farbe.

- a) Zunächst beobachten die beiden Kinder 80 Autos.
Bestimme die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: „Genau 22 Autos sind Silber oder grau.“
B: „Mindestens 33 Autos sind schwarz.“
C: „Unter den ersten zehn Autos sind mindestens drei, die keine der in der Tabelle angegebenen Farben haben, und von den anderen 70 Autos sind höchstens 20 schwarz“.
- b) Wie hoch müsste der Anteil der schwarzen Autos mindestens sein, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% unter 100 beobachteten Autos mindestens 28 schwarz sind?
- c) Das eine Kind bietet dem anderen folgendes Spiel an:
„Wenn von den nächsten vier Autos mindestens drei hintereinander nicht schwarz sind, bekommst du von mir ein Gummibärchen, ansonsten bekomme ich eines von dir“.
Untersuche, ob dieses Spiel fair ist.
- d) Es wird vermutet, dass der Anteil p der weißen Autos zugenommen hat. Um dies zu überprüfen, wird die Nullhypothese $H_0 : p \leq 0,151$ auf dem Signifikanzniveau 10% getestet. Dazu werden die Farben von 500 Autos erfasst. Bestimme die zugehörige Entscheidungsregel.

Aufgabe 6: (abgewandelte Abituraufgabe 2017)

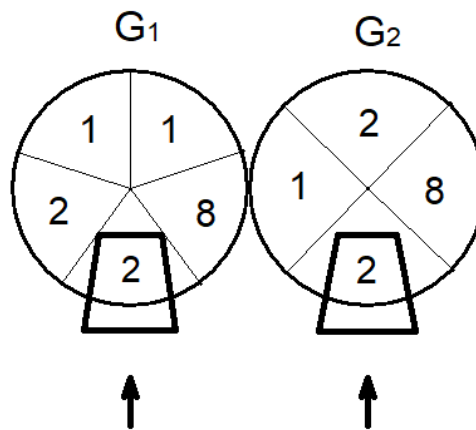
Bei dem dargestellten Glücksspielautomaten sind zwei Glücksräder G_1 und G_2 mit fünf bzw. vier gleich großen Kreissektoren angebracht.

Bei jedem Spiel werden sie in Drehung versetzt und laufen dann unabhängig voneinander aus. Schließlich bleiben sie so stehen, dass von jedem Rad genau eine Zahl im Rahmen angezeigt wird.

Der Spieleinsatz beträgt 2€.

Sind die beiden angezeigten Zahlen gleich, so wird deren Summe in Euro ausgezahlt; andernfalls wird nichts ausgezahlt.

Der Hauptgewinn besteht also darin, dass 16€ ausgezahlt werden.



- a) Ein Spieler spielt zehn Mal. Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
 A: „Das Glücksrad G_1 zeigt genau fünf Mal die Zahl 1.“
 B: „Beim ersten Spiel beträgt die Summe der beiden angezeigten Zahlen 10.“
 C: „Der Spieler erhält mindestens einmal den Hauptgewinn.“
- b) Mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95% soll in mindestens einem Spiel der Hauptgewinn erzielt werden.
 Berechne, wie oft man dazu mindestens spielen muss.
- c) Berechne, wie viel der Betreiber auf lange Sicht durchschnittlich pro Spiel verdient.
- d) Der Betreiber möchte erreichen, dass bei zehn Spielen die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Hauptgewinn maximal 25% beträgt.
 Dazu möchte er beim Glücksrad G_2 den Mittelpunktswinkel des Kreissektors verändern, der mit der Zahl 8 beschriftet ist.
 Berechne, wie weit der Mittelpunktswinkel dieses Kreissektors maximal gewählt werden darf.

Aufgabe 7: (abgewandelte Abituraufgabe 2018)**Teil 1:**

Ein Unternehmen stellt Kunststoffteile her. Erfahrungsgemäß sind 4% der hergestellten Teile fehlerhaft. Die Anzahl fehlerhafter Teile unter zufällig ausgewählten kann als binomialverteilt angenommen werden.

- a) 800 Kunststoffteile werden zufällig ausgewählt.
Berechne für die folgenden Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit:
A: „Genau 30 der Teile sind fehlerhaft.“
B: „Mindestens 5% der Teile sind fehlerhaft.“
- b) Ermittle, wie viele Kunststoffteile mindestens zufällig ausgewählt werden müssen, damit davon mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% mindestens 100 Teile keinen Fehler haben.
- c) Die Kunststoffteile werden aus Kunststoffgranulat hergestellt. Nach einem Wechsel des Granulats vermutet der Produktionsleiter, dass sich der Anteil der fehlerhaften Teile reduziert hat. Um einen Anhaltspunkt dafür zu gewinnen, ob die Vermutung gerechtfertigt ist, soll die Nullhypothese „Der Anteil der fehlerhaften Teile beträgt mindestens 4%“ auf der Grundlage einer Stichprobe von 500 Teilen auf einem Signifikanzniveau von 5% getestet werden.
Bestimme die zugehörige Entscheidungsregel.

Teil 2:

Für ein Spiel wird ein Glücksrad verwendet, das drei Sektoren in den Farben rot, grün und blau hat. Für einen Einsatz von 5 Euro darf ein Spieler das Glücksrad dreimal drehen.

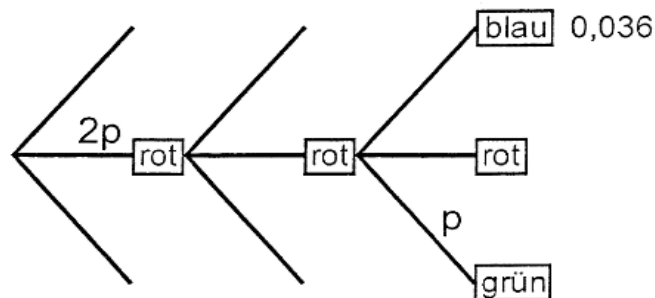
Erzielt der Spieler dreimal die gleiche Farbe, werden ihm 10 Euro ausgezahlt.

Erzielt er drei verschiedene Farben, wird ein anderer Betrag ausgezahlt. In allen anderen Fällen erfolgt keine Auszahlung.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dreimal die gleiche Farbe erzielt wird, ist $\frac{1}{6}$.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass drei verschiedene Farben erzielt werden, beträgt ebenfalls $\frac{1}{6}$.

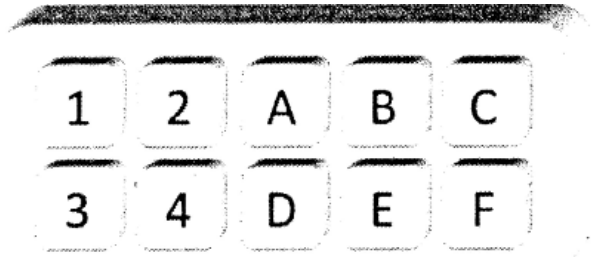
- a) Bei einem Spiel ist zu erwarten, dass sich die Einsätze der Spieler und die Auszahlungen auf lange Sicht ausgleichen. Berechne den Betrag, der ausgezahlt wird, wenn drei verschiedene Farben erscheinen.
- b) Die ursprünglichen Größen der Sektoren werden geändert. Dabei soll der Mittelpunktswinkel des blauen Sektors größer als 180° werden. Die Abbildung zeigt einen Teil eines Baumdiagramms, das für das geänderte Glücksrad die drei Drehungen beschreibt. Ergänzend ist für einen Pfad die zugehörige Wahrscheinlichkeit angegeben.



Beschreibe ein Verfahren, um den Wert von p zu berechnen.

Aufgabe 8: (abgewandelte Abituraufgabe 2018)

Ein Affe sitzt vor einer Tastatur, deren Tasten mit den Ziffern 1, 2, 3 und 4 sowie mit den Buchstaben A, B, C, D, E und F beschriftet sind (siehe Abbildung). Zunächst wird angenommen, dass der Affe zufällig auf die Tasten tippt. Die Tastatureingaben werden aufgezeichnet.



- a) Es werden die ersten fünf Tastaturanschläge des Affen betrachtet. Bestimme die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:
A: „Der Affe tippt nur auf Tasten mit Ziffern.“
B: „Der Affe tippt höchstens dreimal eine Ziffer.“
C: „Die vom Affen getippte Zeichenfolge enthält die Buchstaben A F F E direkt hintereinander.“
- b) Nun werden Versuchsreihen mit jeweils 20 Tastaturanschlägen durchgeführt. Wie viele Buchstaben pro Versuchsreihe kann man dabei auf lange Sicht im Mittel erwarten?
Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Versuchsreihe die Anzahl der getippten Buchstabentasten um höchstens 20% von diesem erwarteten Wert abweicht.
Wie viele Zifferntasten müssten mindestens hinzugefügt werden, damit die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 15 Buchstabentasten in einer Versuchsreihe getippt werden, auf unter 1% fällt?
- c) Die Ergebnisse der Versuche lassen die Vermutung aufkommen, dass der Affe die Zifferntasten gegenüber den Buchstabentasten bevorzugt. Daher wird die Nullhypothese „Der Affe tippt mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 40% eine Zifferntaste“ mit einer Stichprobe von 80 Tastaturanschlägen auf einem Signifikanzniveau von 1% überprüft.
Formuliere die zugehörige Entscheidungsregel.