Hauptprüfung Abiturprüfung 2019

Baden-Württemberg

Stochastik C2

Hilfsmittel: WTR und Merkhilfe

allgemeinbildende Gymnasien

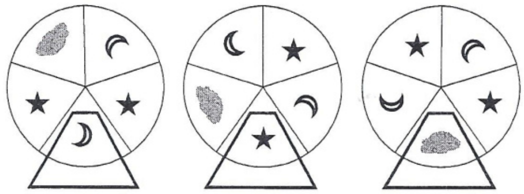
Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Juni 2019

Aufgabe C2:

Ein Glücksspielautomat enthält drei gleiche Glücksräder, die jeweils wie dargestellt in fünf gleich große Kreissektoren eingeteilt sind.
Bei jedem Spiel werden die Räder in Drehung versetzt und laufen dann unabhängig voneinander aus. Schließlich bleiben sie so stehen, dass von jedem Rad genau ein Symbol im jeweiligen Rahmen angezeigt wird. Ein Spieler gewinnt nur dann, wenn alle drei Räder einen Stern zeigen.



a) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Gewinnwahrscheinlichkeit bei einem Spiel 6,4% beträgt.
Ein Spieler spielt 20 Spiele.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:
A: „Der Spieler gewinnt mehr als einmal."
B: „Der Spieler gewinnt in genau zwei Spielen und diese folgen direkt aufeinander."
(3 VP)

b) Eine Spielerin spielt 9 Spiele.
Für ein Ereignis C gilt dabei $P(C) = 0{,}064^a + 9 \cdot 0{,}064^8 \cdot 0{,}936^b$.
Geben Sie geeignete Werte für a und b an und beschrieben Sie das Ereignis C im Sachzusammenhang.
(2 VP)

c) Es wird vermutet, dass das mittlere Rad zu selten ein Sternsymbol zeigt. Deshalb wird die Nullhypothese „Das mittlere Rad zeigt mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens zwei Fünfteln ein Sternsymbol." getestet. Man vereinbart ein Signifikanzniveau von 3% und einen Stichprobenumfang von 300 Drehungen.
Formulieren Sie die zugehörige Entscheidungsregel.
(2,5 VP)

d) Die Glücksräder des Automaten werden durch drei neue ersetzt, die sich nicht voneinander unterscheiden. Die Glücksräder sind in mehrere gleich große Sektoren unterteilt. Jedes Glücksrad trägt in genau einem Sektor ein Sternsymbol. Man gewinnt bei 50 Spielen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% höchstens einmal.
Bestimmen Sie die minimale Anzahl der Sektoren pro Glücksrad.
(2,5 VP)

Lösungen

Aufgabe C2:

a) P(Gewinn) = P(alle drei Räder zeigen Stern)

$$= \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{8}{125}=0{,}064=6{,}4\%$$

Die Zufallsvariable X sei die Anzahl der gewonnen Spiele.
X ist binomialverteilt mit n = 20 und p = 0,064.

$P(A)=P(X>1)=1-P(X\le 1)\approx 1-0{,}631=0{,}369$

$P(B)=0{,}064^2\cdot(1-0{,}064)^{18}\cdot 19\approx 0{,}024$

Hinweis zu B: Es gibt 19 verschiedene Möglichkeiten, die zwei aufeinander gewonnenen Spiele auf die 20 Spiele zu verteilen.

b) Geeignete Werte sind a = 9 und b = 1.

$P(C)=0{,}064^9+9\cdot 0{,}064^8\cdot 0{,}936^1$

Ausführlich könnte man den Term so darstellen:

$$P(C)=\binom{9}{9}\cdot 0{,}064^9\cdot 0{,}936^0+\binom{9}{8}\cdot 0{,}064^8\cdot 0{,}936^1$$

C beschreibt das Ereignis, dass von 9 Spielen die Spielerin 8 oder 9 mal gewinnt (also mindestens 8 mal gewinnt).

c) Die Zufallsvariable X sei die Anzahl der Drehungen, die ein Sternsymbol zeigen.

Nullhypothese $H_0\ :\ p\ge 0{,}4$

Gegenhypothese $H_1: p<0{,}4$

Trifft die Nullhypothese zu, so ist X im Extremfall binomialverteilt mit n = 300 und p = 0,4.
Es handelt sich um einen linksseitigen Test mit Signifikanzniveau $\alpha=3\%$.

Der Ablehnungsbereich ist $\overline{A}=\{0,...,k\}$.
Gesucht ist die größte natürliche Zahl k mit $P(Y\le k)\le 0{,}03$

WTR: $P(X\le 103)\approx 0{,}025$
$P(X\le 104)\approx 0{,}033$

Der Ablehnungsbereich ist $\overline{A}=\{0,...,103\}$.

Entscheidungsregel:
Zeigt sich bei weniger als 104 Drehungen das Sternsymbol, so wird die Nullhypothese abgelehnt, andernfalls wird sie nicht abgelehnt.

d) Die Zufallsvariable X sei die Anzahl der gewonnen Spiele.
a sei die Anzahl der Sektoren pro Rad.

Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn (3 mal Stern): $p = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a^3}$

Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit n = 50 und $p = \frac{1}{a^3}$.

Gesucht ist der kleinste Wert von a, so dass $P(X \leq 1) \geq 0,99$

WTR: Für a = 6 gilt $p = \frac{1}{216}$ mit $P(X \leq 1) \approx 0,977$

Für a = 7 gilt $p = \frac{1}{343}$ mit $P(X \leq 1) \approx 0,991$

Die minimale Anzahl der Sektoren pro Glücksrad ist 7.