

Abituraufgaben bis 2020 von Baden-Württemberg

Ableitungen

allgemeinbildende Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Januar 2021

Aufgabe 1: (Abiturprüfung 2020)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2 \cdot e^{-5x}$.

Aufgabe 2: (Abiturprüfung 2019)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^4 \cdot \sin(3x)$.

Aufgabe 3: (Abiturprüfung 2018)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sin(x^2)$.

Aufgabe 4: (Abiturprüfung 2017)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (3 + \cos(x))^4$.

Aufgabe 5: (Abiturprüfung 2016)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (5x + 1) \cdot \sin(x^2)$.

Aufgabe 6: (Abiturprüfung 2015)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (4 + e^{3x})^5$.

Aufgabe 7: (Abiturprüfung 2014)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{2x}$.

Aufgabe 8: (Abiturprüfung 2013)

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (2x^2 + 5) \cdot e^{-2x}$.

Aufgabe 9: (Abiturprüfung 2012)

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (\sin(x) + 7)^5$.

Aufgabe 10: (Abiturprüfung 2011)

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{\sin(2x)}{x}$.

Aufgabe 11: (Abiturprüfung 2010)

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (2 - 3x) \cdot e^{-x}$ und vereinfachen Sie so weit wie möglich.

Aufgabe 12: (Abiturprüfung 2009)

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2 \cdot \sin(3x + 1)$.

Aufgabe 13: (Abiturprüfung 2007)

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (1 + \sin x)^2$.

Aufgabe 14: (Abiturprüfung 2006)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8} \cdot \sin(4x^2)$.

Aufgabe 15: (Abiturprüfung 2005)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$.

Lösungen**Aufgabe 1:**

Für die Ableitungsfunktion wird die Kettenregel und Produktregel benötigt:

$$f'(x) = 2x \cdot e^{-5x} + x^2 \cdot e^{-5x} \cdot (-5) = 2x \cdot e^{-5x} - 5x^2 \cdot e^{-5x}$$

Aufgabe 2:

Für die Ableitungsfunktion wird die Kettenregel und Produktregel benötigt:

$$f'(x) = 4x^3 \cdot \sin(3x) + x^4 \cdot \cos(3x) \cdot 3$$

Aufgabe 3:

Für die Ableitungsfunktion wird die Kettenregel und Produktregel benötigt:

$$f(x) = x^{\frac{1}{2}} \cdot \sin(x^2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} \cdot \sin(x^2) + x^{\frac{1}{2}} \cdot \cos(x^2) \cdot 2x = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \sin(x^2) + 2x \cdot \sqrt{x} \cdot \cos(x^2)$$

Aufgabe 4:

Für die Ableitungsfunktion wird die Kettenregel benötigt:

$$f'(x) = 4 \cdot (3 + \cos(x))^3 \cdot (-\sin(x)) = -4 \cdot (3 + \cos(x))^3 \cdot \sin(x)$$

Aufgabe 5:

Für die Ableitungsfunktion wird die Kettenregel und Produktregel benötigt:

$$f'(x) = 5 \cdot \sin(x^2) + (5x + 1) \cdot \cos(x^2) \cdot 2x$$

Aufgabe 6:

Für die Ableitungsfunktion wird die Kettenregel benötigt:

$$f'(x) = 5 \cdot (4 + e^{3x})^4 \cdot e^{3x} \cdot 3 = 15e^{3x} \cdot (4 + e^{3x})^4$$

Aufgabe 7:

Zunächst wird die Funktionsgleichung von f umgeschrieben in $f(x) = x^{0,5} \cdot e^{2x}$

Für die Ableitungsfunktion werden die Produkt- und Kettenregel benötigt:

$$f'(x) = 0,5x^{-0,5} \cdot e^{2x} + x^{0,5} \cdot e^{2x} \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot e^{2x} + 2 \cdot \sqrt{x} \cdot e^{2x}$$

Aufgabe 8:

Die Funktion wird mit der Produkt- und Kettenregel abgeleitet:

Es ist $u(x) = 2x^2 + 5$ und $v(x) = e^{-2x}$.

Dann folgt $u'(x) = 4x$ und $v'(x) = -2e^{-2x}$.

$$f'(x) = 4x \cdot e^{-2x} + (2x^2 + 5) \cdot (-2) \cdot e^{-2x}$$

Ausklammern der e-Funktion ergibt zusammengefasst:

$$f'(x) = e^{-2x} \cdot (4x - 2 \cdot (2x^2 + 5)) = e^{-2x} \cdot (4x - 4x^2 - 10)$$

Aufgabe 9:

Die Funktion wird mit der Kettenregel abgeleitet.

$$f'(x) = 5 \cdot (\sin(x) + 7)^4 \cdot \cos(x)$$

Aufgabe 10:

Umschreiben der Funktion: $f(x) = \sin(2x) \cdot x^{-1}$

Ableitung mit Produktregel und Kettenregel:

$$\text{Produktregel: } f(x) = u(x) \cdot v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

Mit $u(x) = \sin(2x)$ und $v(x) = x^{-1}$ folgt $u'(x) = \cos(2x) \cdot 2$ und $v'(x) = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

$$f'(x) = 2 \cos(2x) \cdot x^{-1} + \sin(2x) \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{2 \cos(2x)}{x} - \frac{\sin(2x)}{x^2}$$

Aufgabe 11:

Die Ableitungsfunktion wird mit der Produktregel und der Kettenregel ermittelt:

$$f(x) = u(x) \cdot v(x) \quad \text{mit } u(x) = 2 - 3x, \quad v(x) = e^{-x}, \quad u'(x) = -3, \\ v'(x) = -e^{-x} \quad (\text{Kettenregel})$$

Anwendung der Produktregel:

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x) = -3 \cdot e^{-x} + (2 - 3x) \cdot (-e^{-x}) = e^{-x} \cdot (-3 - 2 + 3x) = e^{-x} \cdot (3x - 5)$$

Aufgabe 12:

Die Ableitungsfunktion wird mit der Produktregel und der Kettenregel ermittelt:

$$f(x) = u(x) \cdot v(x) \quad \text{mit } u(x) = x^2, \quad v(x) = \sin(3x + 1), \quad u'(x) = 2x, \\ v'(x) = \cos(3x + 1) \cdot 3 \quad (\text{Kettenregel})$$

Anwendung der Produktregel:

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x) = 2x \cdot \sin(3x + 1) + 3x^2 \cdot \cos(3x + 1)$$

Aufgabe 13:

Die Ableitungsfunktion wird mit der Kettenregel ermittelt:

$$f(x) = (1 + \sin x)^2 \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot (1 + \sin x) \cdot \cos x$$

Aufgabe 14:

Die Ableitungsfunktion wird mit der Kettenregel ermittelt:

$$f(x) = \frac{1}{8} \sin(4x^2) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{8} \cos(4x^2) \cdot 8x = x \cdot \cos(4x^2)$$

Aufgabe 15:

Die Ableitungsfunktion wird mit Hilfe der Produkt- und der Kettenregel ermittelt:

$$f'(x) = 3x^2 \cdot e^{2x} + x^3 \cdot e^{2x} \cdot 2 = x^2 \cdot e^{2x} (3 + 2x)$$