

Hauptprüfung Abiturprüfung 2019

Baden-Württemberg

Teil 3: Hilfsmittel WTR und Merkhilfe

Stochastik

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

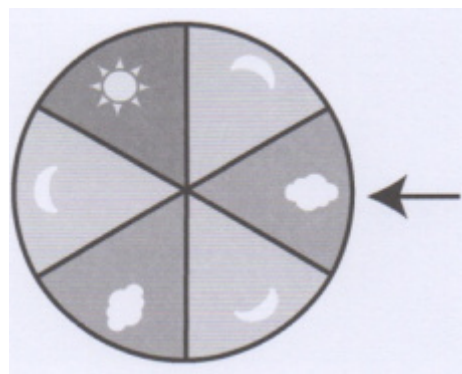
Juni 2019

Stochastik

2

Das abgebildete Glücksrad besteht aus sechs gleich großen Sektoren. Wird das Glücksrad gedreht, so zeigt der Pfeil beim Stillstand auf genau einen Sektor.

Bei einem Fest wird folgendes Spiel angeboten: Zeigt der Pfeil auf Sonne oder Mond dreht man ein weiteres Mal. Das Spiel endet, wenn der Pfeil auf Wolke zeigt oder der Spieler das Rad schon dreimal gedreht hat. Jeder Spieler darf das Spiel nur einmal spielen.



2.1 Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse:

A: Der Spieler dreht dreimal das Glücksrad.

B: Der Spieler dreht das Glücksrad höchstens zweimal auf Mond.

(4 Punkte)

2.2 Ein Spiel endet mit Wolke.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler dann keinmal Sonne gedreht hat.

(4 Punkte)

2.3

Der Besitzer des Glücksrads nimmt vor jedem Spiel einen Euro Einsatz vom Spieler. Immer dann, wenn der Spieler Sonne dreht, bekommt er einen Euro ausgezahlt. Ansonsten geht er leer aus. Die Frau des Besitzers hat einige Wahrscheinlichkeiten richtig berechnet und auf einen Zettel geschrieben.

$$P(\text{"genau einmal Sonne"}) = \frac{17}{72}$$

$$P(\text{"genau zweimal Sonne"}) = \frac{11}{216}$$

2.3.1 Berechnen Sie den Gewinn pro Spiel, den der Besitzer langfristig im Mittel erwarten kann.

(4 Punkte)

2.3.2 Der Besitzer des Glücksrads fragt sich, wie viele Spieler genau einen Euro ausgezahlt bekommen, wenn genau 140 Spieler das Spiel spielen.

Die Frau des Besitzers meint, es wären mehr als 30, aber weniger als 40. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Frau des Besitzers recht hat.

(3 Punkte)

Lösungen

2.1 Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse.

$$\text{Es gilt: } P(\text{Sonne}) = P(S) = \frac{1}{6}; \quad P(\text{Mond}) = P(M) = \frac{1}{2}; \quad P(\text{Wolke}) = P(W) = \frac{1}{3}$$

$$P(A) = P(\overline{WW}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$P(B) = 1 - P(MMM) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$$

2.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler dann *keinmal Sonne gedreht hat*.

Es handelt sich um eine bedingte Wahrscheinlichkeit.

Die Bedingung C lautet, dass das Spiel mit Wolke endet.

$$C = \{W, \overline{WW}, \overline{WWW}\} \quad \text{mit} \quad P(C) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{19}{27}$$

Ereignis D: *keinmal Sonne*

$$P_C(D) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)} = \frac{P(W, MW, MMW)}{\frac{19}{27}} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{19}{27}} = \frac{\frac{63}{76}}{\frac{19}{27}} \approx 0,829$$

2.3.1 Berechnen Sie den Gewinn pro Spiel, den der Besitzer langfristig im Mittel erwarten kann.

Die Zufallsvariable X ist die Auszahlung in Euro an den Spieler.

$$P(X=1) = \frac{17}{72} \quad P(X=2) = \frac{11}{216} \quad P(X=3) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$$

$$E(X) = 0 \cdot P(X=0) + 1 \cdot \frac{17}{72} + 2 \cdot \frac{11}{216} + 3 \cdot \frac{1}{216} = \frac{19}{54}$$

Erwarteter Gewinn G für den Besitzer:

$$E(G) = 1\text{€} - E(X) = \frac{35}{54} \approx 0,648\text{€}$$

Der Besitzer kann langfristig im Mittel mit einem Gewinn von rund 65 Cent pro Spiel rechnen.

2.3.2 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Frau des Besitzers *recht hat*.

Die Zufallsvariable X ist die Anzahl der Spieler, die einen Euro ausbezahlt bekommen.

X ist binomialverteilt mit $n = 140$ und $p = \frac{17}{72}$.

$$P(30 < X < 40) = P(X \leq 39) - P(X \leq 30) \approx 0,588$$

Die Frau des Besitzers wird mit ihrer Antwort zu etwa 59% recht behalten.