

Hauptprüfung Abiturprüfung 2019

Baden-Württemberg

Teil 2: Hilfsmittel WTR und Merkhilfe

Anwendungsorientierte Analysis

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Juni 2019

Anwendungsorientierte Analysis

- 4 Ein Unternehmen bietet seinen Kunden für eine kurze Testphase ein neues Produkt an. Für den nächsten Produktionszeitraum sind maximal 9 Mengeneinheiten (ME) des Produkts geplant.

Der Verkaufspreis je Mengeneinheit wird mit 10 Geldeinheiten (GE) kalkuliert.

Der erzielte Erlös ist das Produkt aus dem Verkaufspreis und der Menge.

Die Gesamtkosten können durch die Funktion K mit der Funktionsgleichung

$$K(x) = 0,2x^3 - x^2 + 4x + 8$$

beschrieben werden, mit x in ME, K in GE.

Der Gewinn wird berechnet als Differenz aus dem Erlös und den Gesamtkosten.

- 4.1 Zeichnen Sie das Schaubild der Erlös- und Gesamtkostenfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem. Markieren Sie darin die Gewinnzone, d.h. die Produktionsmengen, für die kein Verlust gemacht wird.

(4 Punkte)

- 4.2 Berechnen Sie den maximalen Gewinn.

(4 Punkte)

- 4.3 Claus stellt fest, dass an der Stelle $x_1 = \frac{5}{3}$ folgende Bedingungen erfüllt sind:

(1) $K''(x_1) = 0 \quad \wedge \quad K'''(x_1) > 0$,

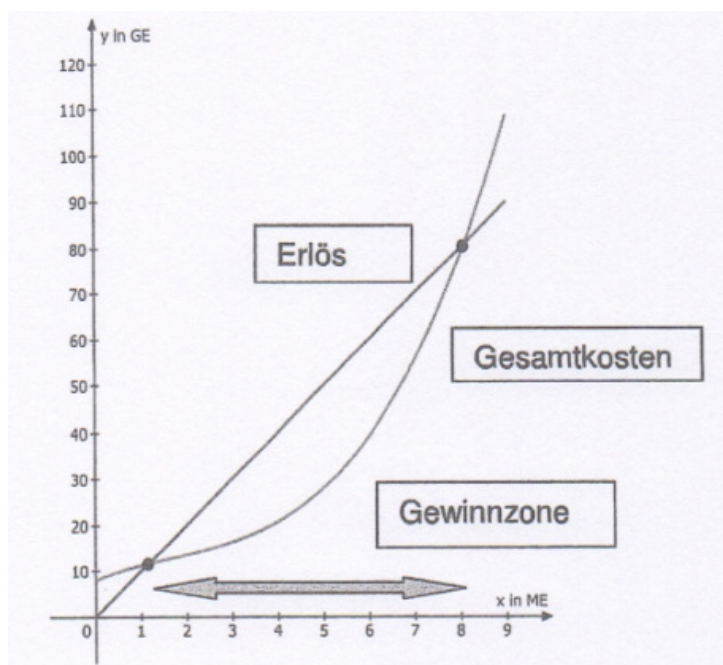
(2) $K'(x_1) = \frac{7}{3}$.

Interpretieren Sie diese Bedingungen im Sachzusammenhang.

(2 Punkte)

Lösungen

- 4.1 Zeichnen Sie das Schaubild der Erlös- und Gesamtkostenfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem. Markieren Sie darin die Gewinnzone, d.h. die Produktionsmengen, für die kein Verlust gemacht wird.



Die Erlösfunktion besitzt die Gleichung $E(x) = 10x$.

Die Gewinnzone ist der Bereich, in dem das Schaubild der Erlösfunktion oberhalb des Schaubildes der Gesamtkostenfunktion liegt.

- 4.2 Berechnen Sie den maximalen Gewinn.

Die Gewinnfunktion lautet

$$G(x) = E(x) - K(x) = 10x - (0,2x^3 - x^2 + 4x + 8) = -0,2x^3 + x^2 + 6x - 8$$

Gesucht ist der Hochpunkt der Gewinnfunktion:

Hinreichende Bedingung: $G'(x) = 0$ und $G''(x) < 0$

$$G'(x) = -0,6x^2 + 2x + 6 \quad \text{und} \quad G''(x) = -1,2x + 2$$

$$-0,6x^2 + 2x + 6 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot (-0,6) \cdot 6}}{-1,2} = \frac{-2 \pm 4,29}{-1,2}$$

$$x_1 \approx -1,91 \quad \text{und} \quad x_2 \approx 5,24$$

Da die erste Lösung negativ ist, kommt sie nicht in Frage.

$G''(5,24) = -4,288 < 0$, also Hochpunkt.

Es gilt $G(5,24) = 22,12$ GE.

Der maximale Gewinn beträgt 22,12 GE.

4.3 Claus berechnet mit (1) den Wendepunkt der Kostenfunktion.

Die Stelle $x = \frac{5}{3}$ gibt an, dass bei einer Produktionsmenge von $\frac{5}{3}$ ME der Gesamtkostenzuwachs minimal ist

Aus (2) ergibt sich, dass der minimale Gesamtkostenzuwachs $\frac{7}{3}$ GE pro ME beträgt.