

A Schwarz



Mathematikskript *Realschule Klasse 10*
(Baden-Württemberg)
zur Vorbereitung auf Klassenarbeiten
und die Realschulabschlussprüfung 2012

inkl. aller Prüfungsaufgaben von 1999 - 2011

Dipl.-Math. Alexander Schwarz

E-Mail: aschwarz@mathe-aufgaben.com

Homepage: www.mathe-aufgaben.com

Wichtiger Hinweis:

Ich bitte den Eigentümer dieses Skriptes, weder das gesamte Skript noch Teilauszüge daraus zu kopieren, einzuscannen oder auf andere Art und Weise zu vervielfältigen, um es an andere weiterzugeben.

Der Preis dieser Unterlagen steht in keinem Verhältnis zu dem Zeitaufwand, den ich dafür investiert habe und für den Inhalt, den man bekommt.

Ich bitte um Fairness und danke dafür – Alexander Schwarz

Einige Hinweise

Zunächst einmal bedanke ich mich für das Vertrauen, das ihr mir mit dem Kauf dieses Skriptes entgegengebracht habt !

Der darin enthaltene Stoff ist auf den Lehrplan von **Baden-Württemberg** (Stand 2011/2012) abgestimmt.

Das Skript soll zum einen ein Begleiter beim Lernen auf die Klassenarbeiten während des 10.Schuljahres sein. Zum anderen dient das Skript dazu, dass ihr euch gezielt und systematisch auf eure Abschlussprüfung vorbereiten könnt.

Jedes einzelne prüfungsrelevante Themengebiet des 10.Schuljahres wird in dem Skript ausführlich wiederholt. Zunächst werden die wesentlichen Inhalte der einzelnen Themen anhand vieler Beispiele dargestellt. Solltet ihr euch bei einem Thema fit genug fühlen, könnt ihr euch mit den dann folgenden Übungsaufgaben beschäftigen. Damit ihr bei den Übungsaufgaben Prüfungsniveau erreicht, habe ich dort die Prüfungsaufgaben der Jahrgänge 1999 – 2008 mit eingebaut.

In den Kapiteln 7 bis 9 findet ihr die zusammenhängenden Abschlussprüfungsaufgaben der Jahre 2009 bis 2011. Hier habt ihr die Möglichkeit, diese unter Prüfungsbedingungen durchzurechnen. Den genauen Ablauf und Aufbau der Prüfung findet ihr auf meiner Homepage www.mathe-aufgaben.com unter dem Stichwort „Prüfungsaufgaben Mittlere Reife“. Wer noch zusätzliche Übungsaufgaben benötigt, findet dort auch noch die Prüfungsaufgaben der Jahre 1996 – 1998.

Eure Ergebnisse aus den bearbeiteten Aufgaben könnt ihr danach mit den ausführlichen Musterlösungen vergleichen. Natürlich sind meine Musterlösungen nicht immer der einzige Weg zum Ziel. Solltet ihr also mit einem anderen Lösungsweg auf dasselbe Ergebnis kommen, kann dies genauso richtig sein.

Hinweis zur Rundung der Ergebnisse in den Musterlösungen:

Beim Thema "Algebra" (Gleichungen, Geraden, Parabeln) darf generell nicht gerundet werden. In der Trigonometrie und bei Körperaufgaben mit Parametern (Aufgaben mit "e") darf ebenfalls nicht gerundet werden. Ansonsten werden die Ergebnisse in den Musterlösungen auf 1 oder 2 Stellen nach dem Komma gerundet. Handelt es sich dabei um Zwischenergebnisse, wird mit diesen gerundeten Ergebnissen weitergerechnet. Hierdurch kann es zu leichten Abweichungen zwischen den Ergebnissen der Musterlösungen und euren Lösungen kommen.

Die von mir angewandten Rundungsregeln sind nicht allgemein verbindlich. Diese solltet ihr für die Klassenarbeiten und die Prüfung bei eurem Lehrer/in erfragen.

Viele Rückmeldungen von Realschülern sagen aus, dass ihnen mit diesem Skript ein besonders gut geeignetes Arbeitsmittel zur Prüfungsvorbereitung an die Hand gegeben wurde. Aber trotz aller Mühen, Tipp- und Flüchtigkeitsfehler zu vermeiden, können auch mir Fehler unterlaufen sein.

Solltet ihr welche entdecken, wäre ich für eine Mitteilung dankbar. Auch Anregungen und konstruktive Kritik werden von mir gerne entgegengenommen und bei der Aktualisierung berücksichtigt. Eine aktuelle Korrekturliste zu diesem Skript findet ihr auf meiner Homepage unter „Skripte Mittlere Reife“.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung dieses Skriptes und alles Gute für eure Prüfung !

Alexander Schwarz

Inhaltsverzeichnis

Skript 1:

1. Algebra

- 1.1 Lineare Gleichungssysteme (rechnerische und zeichnerische Lösungen)
- 1.2 Quadratische Gleichungen
- 1.3 Bruchgleichungen
- 1.4 Geraden
 - 1.4.1 Geraden zeichnen
 - 1.4.2 Aufstellen von Geradengleichungen
- 1.5 Nach oben geöffnete Normalparabeln
 - 1.5.1 Scheitelpunktberechnung einer nach oben geöffneten Normalparabel
 - 1.5.2 Gleichung einer nach oben geöffneten Normalparabel aufstellen
- 1.6 Allgemeine Parabeln
 - 1.6.1 Parabeln der Bauart $y = ax^2 + q$
 - 1.6.2 Parabeln der Bauart $y = ax^2 + bx + c$ (für Experten !)
- 1.7 Allgemeine Aufgaben/Fragen zu Geraden und Parabeln

2. Sachrechnen

- 2.1 Prozentrechnen
- 2.2 Zinsrechnen

3. Diagramme und Auswertung von Daten

- 3.1 Diagramme
- 3.2 Daten auswerten

4. Zufall und Wahrscheinlichkeit

5. Trigonometrie

- 5.1 Satz von Pythagoras und Strahlensätze
- 5.2 Sinus, Kosinus, Tangens ; Berechnung rechtwinkliger Dreiecke
- 5.3 Berechnung allgemeiner Dreiecke und Vielecke
- 5.4 Besondere Werte – Aufgaben mit Parameter

6. Stereometrie / Körperberechnung

- 6.1 Rotationskörper: Kugel, Zylinder, Kegel
- 6.2 Prismen und Pyramiden
- 6.3 Zusammengesetzte Körper

7. Abschlussprüfung 2009

8. Abschlussprüfung 2010

9. Abschlussprüfung 2011

Skript 2:

Musterlösungen aller Aufgaben

1. Algebra

1.1 Lineare Gleichungssysteme (rechnerische und zeichnerische Lösungen)

Ein lineares Gleichungssystem besteht aus zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten. Das Ziel besteht darin, für die Variablen (meist mit x und y bezeichnet) Zahlen zu finden, so dass beide Gleichungen erfüllt sind.

Für die Lösung solcher Gleichungssysteme kann das so genannte **Additionsverfahren** angewandt werden. Es gibt außerdem noch die Möglichkeit, das Gleichsetzungsverfahren oder das Einsetzungsverfahren anzuwenden.

Da ich das Additionsverfahren für das Beste halte, wird in folgendem Beispiel und auch in den Musterlösungen der Übungsaufgaben nur dieses vorgestellt. Wer mit einem der beiden anderen Verfahren rechnen möchte, kann dies natürlich gerne tun, die Lösungen sind bei richtiger Rechnung natürlich identisch.

Beispiel 1.1: Anwendung Additionsverfahren

Löse das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x &= 7 - 3y \\ -3x + 2y &= -4 \end{aligned}$$

Rechnerische Lösung:

1.Schritt: Sortieren

Beide Gleichungen müssen zunächst sortiert werden, so dass auf der linken Seite die Ausdrücke mit den Variablen und auf der rechten Seite die Zahlen ohne die Variablen stehen:

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 7 \\ -3x + 2y &= -4 \end{aligned}$$

2.Schritt: Gleichungen durchmultiplizieren

Eine oder - falls notwendig - auch beide Gleichungen so durchmultiplizieren, dass bei beiden Gleichungen vor derselben Variable jeweils gleiche Zahlen mit unterschiedlichen Vorzeichen stehen.

In diesem Beispiel geschieht dies mit der Variablen x :

Bei der 1.Gleichung steht vor der Variablen x die Zahl 2 und bei der 2.Gleichung die Zahl -3. Das kleinste gemeinsame Vielfache der beiden Zahlen ist 6, also werden beide Gleichungen so durchmultipliziert, dass bei beiden Gleichungen die Zahl 6 vor der Variable x steht, jedoch mit unterschiedlichen Vorzeichen.

$$\begin{aligned} \text{1.Gleichung (mit 3 durchmultipliziert):} \quad & 6x + 9y = 21 \\ \text{2.Gleichung (mit 2 durchmultipliziert):} \quad & -6x + 4y = -8 \end{aligned}$$

3.Schritt: Gleichungen addieren und eine Variable berechnen

Beide Gleichungen werden nun addiert. Bei richtiger Durchführung des 2.Schrittes fällt dabei eine Variable weg und man muss die Ergebnislsgleichung, die nur noch eine Variable enthält, lösen.

$$\begin{aligned} 13y &= 13 \quad |:13 \\ \Leftrightarrow y &= 1 \end{aligned}$$

4. Schritt: Zweite Variable berechnen

Die erhaltene Lösung für die eine Variable wird in eine der gegebenen Gleichungen aus dem 1. Schritt eingesetzt:

$$\begin{aligned} 2x + 3 \cdot 1 &= 7 \\ \Leftrightarrow x &= 2 \end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{(2/1)\}$ (zuerst der x-Wert, dann der y-Wert)

Bei der Lösung von linearen Gleichungssystemen kann es auch zu Sonderfällen kommen, wie folgendes Beispiel zeigen soll:

Beispiel 1.2:

Löse das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + 3y &= -5 \\ -2x - 6y &= -8 \end{aligned}$$

Rechnerische Lösung:

1. Schritt: Sortieren

entfällt, da beide Gleichungen schon sortiert sind

2. Schritt: Gleichungen durchmultiplizieren

Beim Addieren soll hier die Variable x herausfallen.

1. Gleichung (mit 2 durchmultipliziert): $2x + 6y = -10$

2. Gleichung (nicht durchmultipliziert): $-2x - 6y = -8$

3. Schritt: Gleichungen addieren und eine Variable berechnen

$$0 = -18$$

Da bei der Addition nun *beide Variablen* weggefallen sind und eine **falsche** Aussage $0 = -18$ übrig geblieben ist, besitzt das Gleichungssystem keine Lösung.

4. Schritt: Zweite Variable berechnen

Entfällt, da sich bei dem 3. Schritt keine Lösung ergeben hat

Lösungsmenge: $L = \{ \}$ (leere Menge)

Beispiel 1.3:

Löse das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + 3y &= -5 \\ -2x - 6y &= 10 \end{aligned}$$

Rechnerische Lösung:

1. Schritt: Sortieren

entfällt, da beide Gleichungen schon sortiert sind

2.Schritt: Gleichungen durchmultiplizieren

Beim Addieren soll die Variable x herausfallen.

1.Gleichung (mit 2 durchmultipliziert): $2x + 6y = -10$

2.Gleichung (nicht durchmultipliziert): $-2x - 6y = 10$

3.Schritt: Gleichungen addieren und eine Variable berechnen

$$0 = 0$$

Da bei der Addition nun beide Variablen weggefallen sind und eine **wahre** Aussage $0 = 0$ übrig geblieben ist, besitzt das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen.

4.Schritt: Zweite Variable berechnen

Entfällt, da sich bei dem 3.Schritt keine konkrete Lösung für die erste Variable ergeben hat.

Die Lösungsmenge enthält nun unendlich viele Punkte (x,y) und sieht nun etwas komplizierter aus:

$$L = \{ (x,y): x+3y = -5 \} \text{ oder } L = \{ (x,y): -2x-6y = 10 \}$$

Man schreibt einfach eine der beiden Ausgangsgleichungen in die Lösungsmenge hinein.

Das ganze nochmals zusammengefasst:

Sonderfälle bei der Lösung von linearen Gleichungssystemen:

Fallen im 3.Schritt bei der Addition der Gleichungen beide Variablen heraus und ergibt sich dann eine falsche Aussage (z.B. $0 = 1$ oder $5 = -7$), dann besitzt das Gleichungssystem **keine Lösung**. Ergibt sich eine wahre Aussage (z.B. $0 = 0$ oder $-2 = -2$), dann besitzt das Gleichungssystem **unendlich viele Lösungen**

Ein lineares Gleichungssystem kann auch **zeichnerisch gelöst** werden.

Beispiel 1.4: Löse das folgende Gleichungssystem zeichnerisch:

$$\begin{array}{rcl} 2x & + & 2y = 6 \\ -2x & + & y = -3 \end{array}$$

Die einzelnen Gleichungen können anschaulich als Gerade in einem Koordinatensystem aufgefasst werden. Die Koordinaten des Schnittpunktes S(x/y) der beiden Geraden entspricht der Lösung des Gleichungssystems.

1.Schritt: Beide Gleichungen nach y auflösen

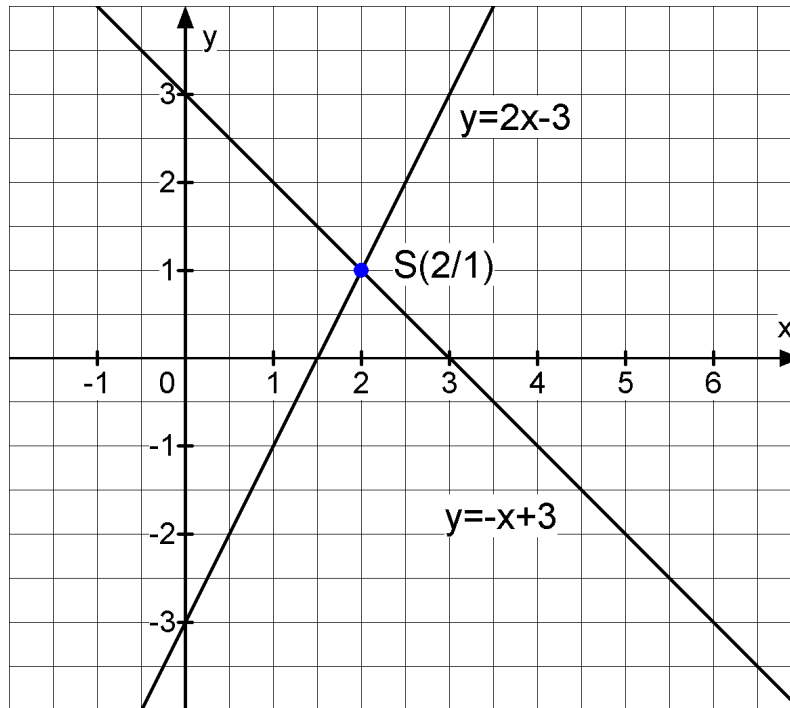
Da Geradengleichungen die Bauart $y = m \cdot x + b$ besitzt, müssen beide Gleichungen jeweils nach y aufgelöst werden.

1.Gleichung: $y = -x + 3$

2.Gleichung: $y = 2x - 3$

2.Schritt: Geraden einzeichnen

Zeichne die beiden Geraden in ein Koordinatensystem ein:
(wie dies gemacht wird, kann in Kapitel 1.4 nachgelesen werden)



3.Schritt: Schnittpunkt der Geraden ablesen

Der Schnittpunkt lautet $S(2/1)$, somit ist die Lösung $x = 2$ und $y = 1$.

Ob diese zeichnerische Lösung auch tatsächlich stimmt, kann geprüft werden, indem in das Gleichungssystem $x = 2$ und $y = 1$ eingesetzt wird und geprüft wird, ob beide Gleichungen erfüllt sind.

Sind die gezeichneten Geraden zueinander parallel und schneiden sich folglich nicht, dann besitzt das Gleichungssystem **keine Lösung** (siehe hierzu Beispiel 1.2). Liegen die beiden Geraden aufeinander, so besitzt das Gleichungssystem **unendlich viele Lösungen** (siehe hierzu Beispiel 1.3).

Falls der Schnittpunkt der beiden Geraden nicht exakt auf einem Kreuzpunkt landet, wird es schwierig, die exakte Lösung abzulesen.

Hinweis: Die zeichnerische Lösung eines Gleichungssystems kam in den letzten Jahren in den Abschlussprüfungen nicht vor.

Übungsaufgaben zu Kapitel 1.1

Aufgabe 1:

Löse die folgenden linearen Gleichungssysteme **rechnerisch**.

a) $8x + 8 = 3y$
 $4x + 4y = 18$

b) $12x - 8y + 12 = 0$
 $3x + 2y = 0$

(...)

1.7 Allgemeine Aufgaben/Fragen zu Geraden und Parabeln

- **Einzeichnen einer Parabel**

Falls es sich um eine Normalparabel handelt, die nach oben („1“ vor x^2) oder nach unten („-1“ vor x^2) geöffnet ist, bestimmt man den Scheitelpunkt der Parabel und zeichnet die Parabel mit Hilfe der Schablone.

Falls es sich um keine Normalparabel handelt (z.B. wie in Beispiel 1.16 a), b) oder 1.17 b)), dann muss eine Wertetabelle erstellt werden.

Das genaue Vorgehen wird im folgenden Beispiel dargestellt:

Beispiel 1.18:

Zeichne die Parabel $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ in ein Koordinatensystem ein.

1.Schritt: Scheitelpunkt bestimmen: S(0/2)

2.Schritt: Wertetabelle erstellen, da es keine Normalparabel ist

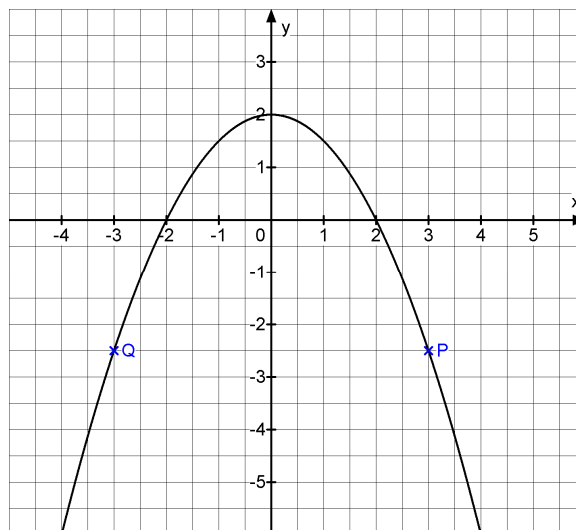
Da die Parabel zum Scheitelpunkt symmetrisch ist, liegen die berechneten Punkte symmetrisch um den Scheitelpunkt. Ob man die x-Werte im Abstand von 1 (wie hier) oder auch im kleineren Abstand von z.B. 0,5 einträgt, ist jedem selbst überlassen. Je kleiner der Abstand desto genauer kann zwar gezeichnet werden, aber desto mehr Zeit benötigt man für die Zeichnung.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-6	-2,5	0	1,5	2	1,5	0	-2,5	-6

Um die zugehörigen y-Werte zu ermitteln, werden die x-Werte $x = 1, 2, \dots$ in die Parabelgleichung eingesetzt:

Beispiel für $x = 3$: $y = -\frac{1}{2} \cdot 3^2 + 2 = -4,5 + 2 = -2,5$ (siehe Wertetabelle) ergibt P(3/-2,5).

$x = -3$: $y = -\frac{1}{2} \cdot (-3)^2 + 2 = -4,5 + 2 = -2,5$ ergibt Q(-3/-2,5)



- **Liegt ein gegebener Punkt auf dem Schaubild einer Parabel/Gerade ?**

Die Koordinaten des gegebenen Punktes werden in die Parabel-/Geradengleichung eingesetzt:

Ergibt sich eine wahre Aussage (z.B. $3=3$), dann liegt der Punkt auf der Kurve, ergibt sich eine falsche Aussage (z.B. $5 = -1$) liegt er nicht auf der Kurve.

Beispiel 1.19:

Liegen die Punkte R(-2/2) und Q(3/-6) auf der Parabel $y = -x^2 + 2x - 3$?

Koordinaten von R einsetzen: $2 = -(-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 3 \Rightarrow 2 = -11$ falsche Aussage

Koordinaten von Q einsetzen: $-6 = -3^2 + 2 \cdot 3 - 3 \Rightarrow -6 = -6$ wahre Aussage

Der Punkt R liegt nicht auf der Parabel und der Punkt Q liegt auf der Parabel.

- **Eine fehlende Koordinate eines Schaubildpunktes ergänzen**

Ist von einem Schaubildpunkt nur der x-Wert oder nur der y-Wert bekannt, dann muss die bekannte Koordinate in die Funktionsgleichung eingesetzt werden und die unbekannte Koordinate berechnet werden.

Beispiel 1.20:

Bestimme den x-Wert von Punkt Q(?/3) so, dass er auf der Gerade $y = 2x - 3$ liegt.

Einsetzen des y-Wertes in die Geradengleichung: $3 = 2x - 3 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$, also Q(3/3)

- **Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen**

Schnittpunkt mit der x-Achse (= Nullstellen): $y = 0$ setzen und nach x auflösen. Bei einer Parabel kann es hierbei auch zwei Nullstellen oder gar keine Nullstelle geben. Der Schnittpunkt besitzt die Koordinaten N(x/0)

Schnittpunkt mit der y-Achse: $x = 0$ einsetzen und y berechnen. Hier gibt es immer genau einen Punkt S(0/y)

Beispiel 1.21:

Berechne die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen von $y = x^2 - 3x + 2$.

Schnitt mit y-Achse: $y = 0^2 - 0 + 2 = 2 \Rightarrow S_y(0/2)$

Schnitt mit x-Achse: $x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$ und $x_2 = 2$ (p-q-Formel), $N_1(1/0)$; $N_2(2/0)$

(...)

4. Zufall und Wahrscheinlichkeit

Die Basis der Wahrscheinlichkeitsrechnung sind Zufallsexperimente.

Ein **Zufallsexperiment** ist ein Experiment, bei dem mehrere Ergebnisse auftreten können. Welches Ergebnis bei Durchführung des Experiments dann konkret eintritt, ist unbekannt und vom Zufall abhängig.

Beispiele für Zufallsexperimente:

- Werfen eines Würfels
- Drehen eines Glücksrades
- Anzahl verwandelter Elfmeter bei 10 Torschüssen
- Kugelziehung aus einem Behälter

Wichtige Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung:

Ergebnismenge S:

Menge aller möglichen Ergebnisse, die bei dem Zufallsexperiment eintreten können

Beispiel:

- Werfen eines Würfels mit Ergebnismenge $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Werfen einer Münze mit Ergebnismenge $S = \{\text{Kopf}, \text{Zahl}\}$
- Anzahl verwandelter Elfmeter bei 10 Torschüssen mit Ergebnismenge $S = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$

Ereignis:

Ein Ereignis ist eine Zusammenfassung mehrerer möglicher Ergebnisse aus der Ergebnismenge S.

Beispiel:

- Ereignis A: Werfen einer geraden Augenzahl beim Würfeln: $A = \{2, 4, 6\}$
- Ereignis B: Werfen einer Primzahl beim Würfeln: $B = \{2, 3, 5\}$
- Ereignis C: mehr als 7 verwandelte Elfmeter bei 10 Schüssen: $C = \{8, 9, 10\}$

Gegenereignis:

Das Gegenereignis \bar{A} eines Ereignisses A besteht aus allen Ergebnissen, die nicht in A enthalten sind.

Beispiel für die oben aufgezählten Ereignisse:

- $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$ (Werfen einer ungeraden Augenzahl beim Würfeln)
- $\bar{B} = \{1, 4, 6\}$ (Werfen keiner Primzahl beim Würfeln)
- $\bar{C} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ (höchstens 7 Elfmeter bei 10 Schüssen)

In der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird ermittelt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein bestimmtes Ereignis eintreten wird. Ein Ereignis ist eingetreten, wenn irgendein Ergebnis aus dem Ereignis eingetreten ist.

Beispiel: Das Ereignis $A = \{2, 4, 6\}$ ist eingetreten, wenn entweder eine „2“ oder eine „4“ oder eine „6“ gewürfelt wird.

Zu jedem Ereignis kann eine Wahrscheinlichkeit berechnet werden, mit der dieses Ereignis bei Durchführung des Zufallsexperiments eintreten wird.

Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit wird folgende Formel benutzt:

Sind bei einem Zufallsexperiment alle möglichen Ergebnisse gleich wahrscheinlich, so kann man die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ eines Ereignisses A berechnen durch:

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der Ergebnisse, bei denen } A \text{ eintritt}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Beispiel 4.1 :

a) Werfen eines Würfels

Ereignis A = Augenzahl ist eine Primzahl (Primzahlen sind 2, 3, 5, 7, 11, ...)

also $A = \{2; 3; 5\}$

A tritt also ein, wenn eine 2, 3 oder 5 gewürfelt wird, das heißt, es gibt **3** Ergebnisse, die gewürfelt werden können, damit das Ereignis A eintritt.

Insgesamt gibt es beim Würfeln **6** mögliche Ergebnisse, also $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b) Ziehen von Kugeln aus einer Urne

In einer Urne befinden sich 3 schwarze, 4 weiße und 5 blaue Kugeln

Ereignis B : „Es wird keine weiße Kugel gezogen“

Es befinden sich **12** Kugeln in der Urne, davon aus **8** nicht weiß.

Damit gilt $P(B) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

Für jedes Ereignis A gilt:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Das sichere Ereignis besitzt die Wahrscheinlichkeit 1 (das heißt, dieses Ereignis tritt immer ein) und das unmögliche Ereignis besitzt die Wahrscheinlichkeit 0.

Liegen zu einem Experiment nur relative Häufigkeiten zu den einzelnen Ergebnissen vor, so können diese als Wahrscheinlichkeit der einzelnen Ergebnisse interpretiert werden.

Fällt z.B. ein Reißnagel bei 100 Würfeln 30 mal auf den Kopf und 70 mal zur Seite, kann als

Wahrscheinlichkeit für „Kopf“ beim Reißnagel $\frac{30}{100} = 0,3 = 30\%$ aufgefasst werden.

(...)

6.2 Prismen und Pyramiden

Ein gerades Prisma ist ein Körper, der aus zwei parallelen und deckungsgleichen Grund- und Deckflächen besteht.

Die Mantelfläche eines geraden Prismas besteht aus einzelnen Rechtecken.

Typische Beispiele für Prismen sind Dreieckssäulen (Säulen mit dreieckiger Grundfläche) oder auch Säulen mit viereckiger Grundfläche.

Als Spezialfall gehören auch Würfel oder Quader zu den Prismen.

Eine Pyramide ist hingegen kein Prisma, da sie nur eine Grundfläche besitzt.

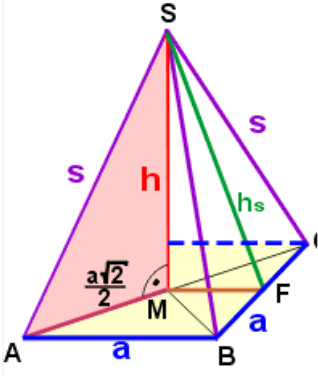
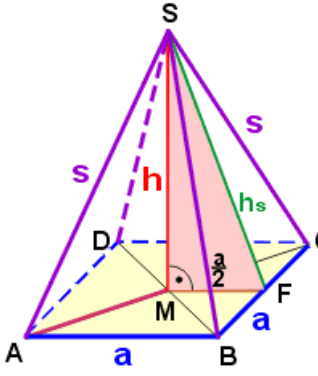
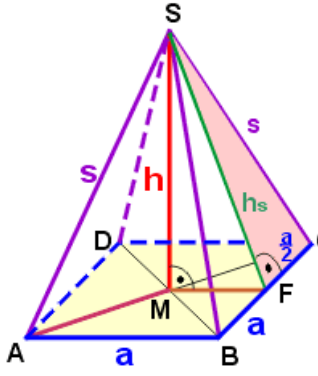
Ein Pyramidenstumpf ist auch kein Prisma, da der Deckel eines Pyramidenstumpfes nicht deckungsgleich mit dem Boden ist.

Steckbrief quadratische Pyramide

a = Grundkante der Pyramide, h = Höhe der Pyramide,
 h_s = Höhe des Seitendreiecks, s = Seitenkante der Pyramide

Volumen: $V = \frac{1}{3}a^2 \cdot h$ Mantelfläche: $M = 2 \cdot a \cdot h_s$

Oberfläche: $O = 2 \cdot a \cdot h_s + a^2$

halber Diagonalschnitt	halber Parallelschnitt	halbe Seitenfläche
		
$s = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{2}}$	$h_s = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}$	$s = \sqrt{h_s^2 + \frac{a^2}{4}}$

(...)

Lösungen zu Kapitel 1.1

Aufgabe 1:

a) 1.Schritt: Sortieren

$$8x - 3y = -8$$

$$4x + 4y = 18$$

2.Schritt: Gleichungen durchmultiplizieren

Beim Addieren soll die Variable x herausfallen

$$\begin{array}{rcl}
 8x - 3y = -8 & & 8x - 3y = -8 \\
 4x + 4y = 18 \quad | \cdot (-2) & \Rightarrow & -8x - 8y = -36
 \end{array}$$

3.Schritt: Gleichungen addieren und eine Variable berechnen

$$-11y = -44 \Leftrightarrow y = 4$$

4.Schritt: Zweite Variable berechnen

Einsetzen von $y = 4$ in eine Gleichung aus dem 1.Schritt: $8x - 3 \cdot 4 = -8 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$,

Lösungsmenge: $L = \left\{ \left(\frac{1}{2} / 4 \right) \right\}$